

## **Μελέτη της διάδοσης θορύβου σεισμού στο υποθαλάσσιο περιβάλλον**

Μιχάλης Ταρουδάκης<sup>1</sup> & Γιάννης Μαστρόκαλος<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Τμήμα Μαθηματικών και Εφαρμοσμένων Μαθηματικών, Πανεπιστήμιο Κρήτης

<sup>2</sup> Ίδρυμα Τεχνολογίας και Έρευνας, Ινστιτούτο Υπολογιστικών Μαθηματικών  
Ν. Πλαστήρα 100, 70013 Ηράκλειο

### **ΠΕΡΙΛΗΨΗ**

Στην εργασία παρουσιάζεται ένα παράδειγμα υπολογισμού της διάδοσης ακουστικού σήματος που προέρχεται από θαλάσσιο σεισμό στο θαλάσσιο περιβάλλον. Η εργασία αποτελεί το πρώτο βήμα για το χαρακτηρισμό ακουστικών σημάτων που προέρχονται από σεισμούς και καταγράφονται στα θαλάσσια ακουστικά παρατηρητήρια. Στην παρούσα εργασία, το ακουστικό σήμα λαμβάνεται από βάση δεδομένων, αναλύεται στις συχνότητες που το αποτελούν και στη συνέχεια υπολογίζεται η συνάρτηση μεταφοράς για κάθε συχνότητα για δεδομένη θέση της πηγής και του δέκτη. Η σύνθεση του ακουστικού σήματος στο δέκτη γίνεται με αντίστροφο μετασχηματισμό Fourier. Ο υπολογισμός της συνάρτησης μεταφοράς γίνεται με ανάπτυγμα της λύσης της εξίσωσης Helmholtz σε σειρά ιδιοσυναρτήσεων, με την ιδιαιτερότητα ότι ο πυθμένας της θάλασσας θεωρείται ελαστικό μέσο που διαδίδει διατμητικά και διαμήκη κύματα.

### ***A study on seismic noise propagation in underwater environment***

#### **ABSTRACT**

*The paper presents a study on the propagation of an earthquake sound in shallow water environment. The earthquake signal is taken from a data base of recordings and the aim of the study is to simulate its reception at long ranges from a hypothetical epicenter. To this end, the sound source will be considered close to the water-bottom interface and the sea-bed will be modeled as an elastic medium. The simulation procedure is based on the inverse Fourier transform of the system transfer function calculated for a range of frequencies corresponding to the earthquake spectrum multiplied by the source excitation function.*

## Εισαγωγή

Μία από τις πλέον ενδιαφέρουσες καταγραφές των θαλάσσιων ακουστικών παρατηρητηρίων είναι ο θόρυβος που προέρχεται από σεισμούς. Η μελέτη της σεισμικότητας στο θαλάσσιο χώρο δίνει μεγάλο όγκο πληροφορίας στους σεισμολόγους και τους γεωφυσικούς προκειμένου να καταστεί δυνατή η πλήρης χαρτογράφηση της σεισμικής δραστηριότητας και ο χαρακτηρισμός των σεισμών σε σχέση με τη δομή του γήινου φλοιού ιδιαίτερα κάτω από την υδάτινη στήλη. Μέχρι σήμερα ωστόσο δεν έχουν αξιοποιηθεί πλήρως οι καταγραφές του θορύβου του περιβάλλοντος που προέρχονται από σεισμούς και είναι περιορισμένες οι σχετικές αναφορές στη βιβλιογραφία. Με την παρούσα εργασία επιχειρείται ένα πρώτο βήμα για την αξιοποίηση του θορύβου που προέρχεται από σεισμούς. Επειδή είναι σημαντικό στα πλαίσια της αξιοποίησης κάθε ακουστικού σήματος που καταγράφεται στο θαλάσσιο περιβάλλον να είναι γνωστές οι συνθήκες διάδοσής του, επιχειρείται η μοντελοποίηση της διάδοσης ενός σήματος που προέρχεται από σεισμό στο θαλάσσιο περιβάλλον, κάτω από την απλουστευτική παραδοχή ότι η πηγή του σήματος βρίσκεται σε σχετική επαφή με τον πυθμένα. Σημειώνεται ότι η πλήρης μοντελοποίηση της διάδοσης του σεισμικού κύματος από το επίκεντρο και η μετατροπή του σε ακουστική ενέργεια στη διεπιφάνεια νερού πυθμένα, ξεφεύγει από τα πλαίσια της παρούσας εργασίας που περισσότερο επικεντρώνεται στις αλλοιώσεις που υφίσταται ο θόρυβος από σεισμό καθώς διαδίδεται στο θαλάσσιο περιβάλλον. Επομένως στην εργασία μας θα υποθέσουμε ότι έχει ήδη παραχθεί ένα ακουστικό σήμα από σεισμό και μελετάται η διάδοσή του σε θαλάσσιο κυματοδηγό. Προκειμένου η μοντελοποίηση να είναι ρεαλιστική, ο ήχος του σεισμού που έχει χρησιμοποιηθεί προέρχεται από βάση δεδομένων πραγματικών καταγραφών υποθαλάσσιων σεισμών. Στο πρώτο κεφάλαιο θα δοθεί σε συντομία η διαδικασία υπολογισμού της διάδοσης του σεισμικού σήματος που έχει υιοθετηθεί. Συγκεκριμένα θα αναφερθούμε στην ανάλυση και σύνθεση ακουστικών σημάτων που διαδίδονται στο θαλάσσιο περιβάλλον με χρήση της συνάρτησης μεταφοράς, (ακουστικό πεδίο από μονοχρωματική σημειακή πηγή) που υπολογίζεται με λύση ενός κυματικού ακουστικού προβλήματος που ορίζεται από την εξίσωση Helmholtz σε θαλάσσιο κυματοδηγό πάνω από ελαστικό πυθμένα. Στο δεύτερο κεφάλαιο θα παρουσιαστεί ένα παράδειγμα εφαρμογής. Δεν θα παρουσιαστούν αναλυτικά οι τεχνικές υπολογισμού της συνάρτησης μεταφοράς αφού οι λεπτομέρειες μπορούν να βρεθούν σε σχετική βιβλιογραφία.

### 1. Θεωρητικό υπόβαθρο υπολογισμού της διάδοσης σήματος που προέρχεται από σεισμό.

#### 1.1 Ανάλυση και σύνθεση Fourier.

Δοθέντος ενός σήματος  $s(t)$  στο πεδίο του χρόνου, ο μετασχηματισμός Fourier  $\mathfrak{F}$  μας δίνει το φάσμα συχνοτήτων  $S(\omega)$  από το οποίο αποτελείται και αντίστροφα :

$$S(\omega) = \mathfrak{F}(s(t)), \quad s(t) = \mathfrak{F}^{-1}(S(\omega)) \quad (1.1)$$

Εάν το σήμα στο πεδίο των συχνοτήτων περάσει από ένα φίλτρο  $H(\omega)$  είναι γνωστό από τη θεωρία των γραμμικών συστημάτων ότι το αποτέλεσμα στην έξοδο του φίλτρου θα είναι  $P(\omega)$  όπου  $P(\omega) = S(\omega)H(\omega)$ . Συνεπώς το σήμα στην έξοδο του φίλτρου στο πεδίο του χρόνου θα είναι  $p(t) = \mathcal{F}^{-1}(P(\omega))$ .

Όταν μία πηγή εκπέμπει σήμα φάσματος  $S(\omega)$  σε ένα κυματοδηγό, η μελέτη της διάδοσής του από την πηγή μέχρι το δέκτη μπορεί να γίνει θεωρώντας ότι ο κυματοδηγός ορίζει μία συνάρτηση μεταφοράς  $H(\omega)$  η οποία επενεργεί στο σήμα με τη μορφή φίλτρου και δίδει στην έξοδό του το σήμα  $P(\omega) = \mathcal{F}(p(t))$ . Εάν λοιπόν υπολογιστεί η απόκριση του κυματοδηγού σε μοναδιαία είσοδο στο πεδίο των συχνοτήτων που εκπέμπει η πηγή, και εάν είναι γνωστή η συνάρτηση διέγερσης της πηγής (source excitation function) είναι δυνατή η προσομοίωση της λήψης του σήματος στο πεδίο των συχνοτήτων και μέσω του αντίστροφου μετασχηματισμού Fourier στο πεδίο του χρόνου.

Η προσομοίωση της διάδοσης ενός σήματος που προέρχεται από σεισμό επομένως μπορεί να γίνει εύκολα με βάση την παραπάνω διαδικασία, με την προϋπόθεση ότι είναι γνωστό το φάσμα της πηγής. Επειδή όπως ειπώθηκε είναι εξαιρετικά δύσκολη η συνολική προσομοίωση της διάδοσης ενός σεισμικού κύματος από το επίκεντρό του και η μετατροπή του σε διάμηκες (ακουστικό) κύμα στο νερό μπορούμε να περιορίσουμε την προσομοίωση στο θαλάσσιο κυματοδηγό, θεωρώντας ότι είναι γνωστή η ακουστική διέγερση ακριβώς πάνω από τη διεπιφάνεια νερού-πυθμένα. Με τον τρόπο αυτό δεν γίνεται λεπτομερής ανάλυση του πραγματικού σήματος από ένα σεισμό, αλλά τουλάχιστον μπορεί να μελετηθεί η αλλοίωση του σήματος καθώς αυτό έχει διαδοθεί στο θαλάσσιο κυματοδηγό. Στα επόμενα θα θεωρήσουμε ότι είναι γνωστή η συνάρτηση διέγερσης της πηγής και θα προκύψει από ανάλυση Fourier ενός πραγματικού σήματος από υποθαλάσσιο σεισμό.

### 1.2 Η Υπολογισμός της συνάρτησης μεταφοράς

Με βάση τα ανωτέρω, επόμενο βήμα είναι ο υπολογισμός της συνάρτησης μεταφοράς  $H(\omega)$ . Ο υπολογισμός αυτός ανάγεται στην επίλυση ενός προβλήματος διάδοσης ήχου από σημειακή αρμονική πηγή μοναδιαίας διέγερσης σε ένα κυματοδηγό. Με βάση το γεγονός ότι μας ενδιαφέρει ο θόρυβος από σεισμούς, είναι αυτονόητο ότι για να υπάρχει ακουστικό σήμα, θα πρέπει να έχουν διεγερθεί διατμητικά κύματα και συνεπώς τμήμα του πυθμένα της θάλασσας θα πρέπει να έχει επαρκή ακαμψία για να τα διαδώσει. Στα πλαίσια μιας απλουστευτικής παραδοχής και δεδομένου ότι μας ενδιαφέρει ο ήχος στο νερό, θα μπορούσε ο πυθμένας να θεωρηθεί ημιάπειρο ελαστικό μέσο. Επομένως αναζητάμε λύση στο πρόβλημά μας όταν ο θαλάσσιος κυματοδηγός περιορίζεται από την επιφάνεια της θάλασσας και τη διεπιφάνεια νερού-ελαστικού πυθμένα. Στη συνέχεια πρόσθετες απλουστευτικές υποθέσεις θα είναι ότι οι δυο διεπιφάνειες είναι οριζόντιες και επίπεδες και ότι η ταχύτητα διάδοσης του ήχου στο νερό  $c_w$  και τον πυθμένα  $c_b$  είναι σταθερή (φυσικά

διαφορετική σε κάθε υποπεδίο. Τέλος και η ταχύτητα διάδοσης των διατμητικών κυμάτων  $c_s$  θα θεωρηθεί σταθερή.

Η εξίσωση Helmholtz σε ένα κυματοδηγό που ορίζεται από οριζόντιες, παράλληλες μεταξύ τους διεπιφάνειες για μία σημειακή αρμονική πηγή μοναδιαίας διέγερσης είναι:

$$\nabla^2 p(\vec{x}) + k^2 p(\vec{x}) = -\delta(\vec{x} - \vec{x}_0) \quad (1.2)$$

όπου  $p(\vec{x})$  είναι η ακουστική πίεση,  $\vec{x}$  είναι το διάνυσμα θέσης,  $\vec{x}_0$  είναι το διάνυσμα θέσης της μονοχρωματικής πηγής και  $k = \omega / c$  είναι ο αριθμός κύματος με  $c$  να συμβολίζουμε την ταχύτητα διάδοσης του ήχου. Η εξίσωση συμπληρώνεται με τη συνθήκη μηδενισμού της πίεσης στο όριο νερού αέρα (ελεύθερη επιφάνεια), κατάλληλη συνθήκη στον πυθμένα και τη συνθήκη ακτινοβολίας από το άπειρο για να ορισθεί ένα καλώς τεθιμένο πρόβλημα. Σημειώνεται εν προκειμένω ότι η ως άνω θεώρηση περιορίζεται για την ακουστική πίεση στο νερό που έχει πάχος  $h$ .

Θεωρώντας κυλινδρικό σύστημα συντεταγμένων η ανάπτυξη της λύσης σε σειρά ιδιοσυναρτήσεων γράφεται :

$$p(r, z) = \sum_n A_n(r) u_n(z) \quad (1.3)$$

με τις ιδιοσυναρτήσεις να ορίζονται από ένα «πρόβλημα βάθους» ως εξής :

$$\frac{d^2 u_n}{dz^2}(z) + (k^2 - \lambda_n) u_n(z) = 0, z \in [0, h] \quad (1.4)$$

με συνθήκες

$$u_n(0) = 0 \quad (1.4a)$$

$$\frac{du_n}{dz}(h) = \frac{u_n(h)}{I(\lambda_n)} \quad (1.4b)$$

όπου  $I(\lambda_n)$  είναι μία συνάρτηση που συσχετίζει την ιδιοσυνάρτηση με την παράγωγό της στη διεπιφάνεια με τον πυθμένα και εξαρτάται από το είδος του δεύτερου μέσου, δηλαδή του πυθμένα. Η ως άνω εξίσωση είναι γνωστή ως «συνθήκη προσαρμογής» (impedance condition)

Χρησιμοποιώντας την έννοια της ανάπτυξης της ακουστική πίεσης σε επίπεδα κύματα που σχετίζονται με τις επιτρεπτές ιδιοτιμές του προβλήματος 1.4 η συνάρτηση  $I(\lambda_n)$  παίρνει τη μορφή [1] :

$$I(\lambda_n) = -\frac{i}{k_0} \frac{\rho_b}{\rho_w} (\eta_b^2 - \lambda_n)^{-\frac{1}{2}} \left[ \frac{k_0^4}{k_s^4} (\eta_s^2 - 2\lambda_n)^2 + 4 \frac{k_0^4}{k_s^4} \lambda_n (\eta_b^2 - \lambda_n)^{-\frac{1}{2}} (\eta_s^2 - \lambda_n)^{-\frac{1}{2}} \right] \quad (1.5)$$

όπου

$$k_0 = \frac{\omega}{c_0}, k_s = \frac{\omega}{c_s}, \eta_b = \frac{c_0}{c_b}, \eta_s = \frac{c_0}{c_s}$$

Οι δείκτες για τις ταχύτητες αντιστοιχούν σε ταχύτητα αναφοράς (0), ταχύτητα ήχου στον πυθμένα (b) και ταχύτητα διατμητικών κυμάτων στον πυθμένα (s). Οι δείκτες  $\eta_*$ ,  $*$  = b, s ονομάζονται δείκτες διάθλασης. Συνήθως ως  $c_0$  θεωρούμε  $c_w$ .

Η έκφραση της συνάρτησης προσαρμογής ως ανωτέρω, είναι συμβατή με την διατύπωση της λύσης του προβλήματος βάθους ως

$$u_n(z) = Ae^{i\gamma_n z} + Be^{-i\gamma_n z} \quad (1.6)$$

όπου  $\gamma_n = \sqrt{k^2 - \lambda_n}$  είναι η κατακόρυφη συνιστώσα του αριθμού κύματος. Υπενθυμίζεται ότι η έκφραση αυτή έχει προέλθει από την υπόθεση για σταθερή ταχύτητα διάδοσης του ήχου στο νερό. Η εφαρμογή των οριακών συνθηκών (1.4a,b) μπορεί εύκολα να δειχθεί [2] ότι καταλήγει στη διατύπωση της «χαρακτηριστικής εξίσωσης του κυματοδηγού» ως :

$$\tan(k_0 \sqrt{n_w^2 - \lambda_n} h) = -\frac{i\rho_b}{\rho_w} (\eta_b^2 - \lambda_n)^{-\frac{1}{2}} (\eta_w^2 - \lambda_n)^{\frac{1}{2}} \cdot \left( 4 \frac{k_0^4}{k_s^4} \lambda_n \sqrt{\eta_b^2 - \lambda_n} \sqrt{\eta_s^2 - \lambda_n} + \frac{k_0^4}{k_s^4} (\eta_s^2 - 2\lambda_n)^2 \right) \quad (1.7)$$

που είναι μία μη γραμμική εξίσωση ως προς τις ιδιοτιμές  $\lambda_n$ . Η εξίσωση γράφεται και με τη μορφή  $f(\lambda_n) = 0$  που ορίζει ταυτόχρονα και την «χαρακτηριστική εξίσωση» του κυματοδηγού.

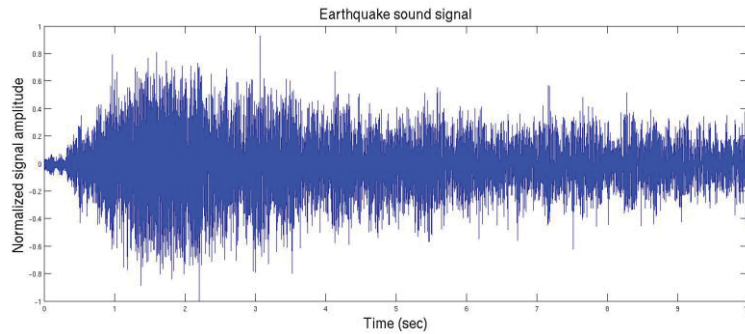
Για τον υπολογισμό των ιδιοτιμών του προβλήματος βάθους έχουν προταθεί πολλές μέθοδοι. Οι συγγραφείς της παρούσας εργασίας έχουν υιοθετήσει τον υπολογισμό μέσω του λεγόμενου «ενεργού βάθους» (effective depth) [3] και τα αποτελέσματα έχουν ελεγχθεί μέσω συστηματικής μελέτης των ριζών της 1.7 [2]

Οι συντελεστές της αναπαράστασης 1.3 υπολογίζονται με χρήση θεωρίας συναρτήσεων Green. [4]

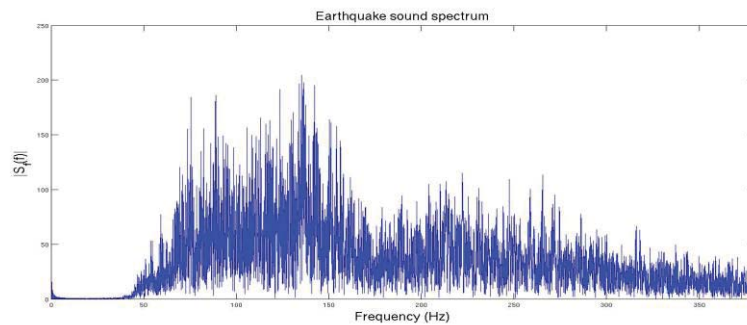
## 2. Μελέτη περίπτωσης

Θεωρούμε ρηχό κυματοδηγό βάθους 150 m. Η ταχύτητα διάδοσης του ήχου στο νερό θεωρείται σταθερή ίση με  $c_w = 1500$  m/sec ενώ στον πυθμένα θεωρούμε υλικό χονδρής άμμου με ταχύτητα διάδοσης του ήχου  $c_b = 1900$  m/sec, ταχύτητα διάδοσης διατμητικών κυμάτων  $c_s = 600$  m/sec και πυκνότητας  $\rho_b = 1600$  kg/m<sup>3</sup>. Στο σχήμα 2.1 βλέπουμε ένα σήμα που προέρχεται από υποθαλάσσιο σεισμό και θα χρησιμοποιηθεί ως σήμα αναφοράς για τις προσομοιώσεις μας. Στο σχήμα έχουμε περιλάβει 10 sec από την καταγραφή. Θα θεωρήσουμε ότι το σήμα αναφοράς

εκπέμπεται κοντά στο διαχωριστικό σύνορο νερού πυθμένα (10 μ πάνω από το σύνορο), προκειμένου να είναι η προσομοίωση όσο το δυνατό κοντύτερα στην πραγματικότητα.

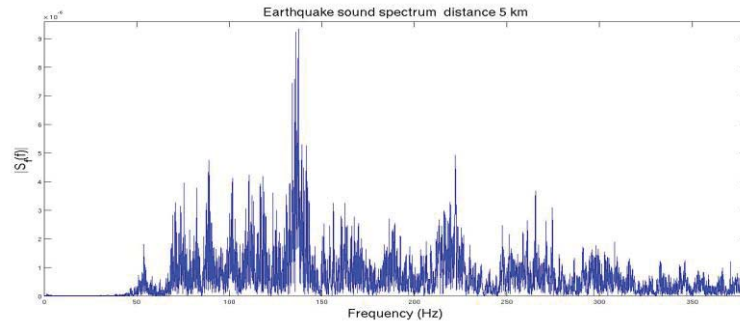


Σχήμα 2.1. Καταγραφή ηχητικού σήματος που προέρχεται από σεισμό.

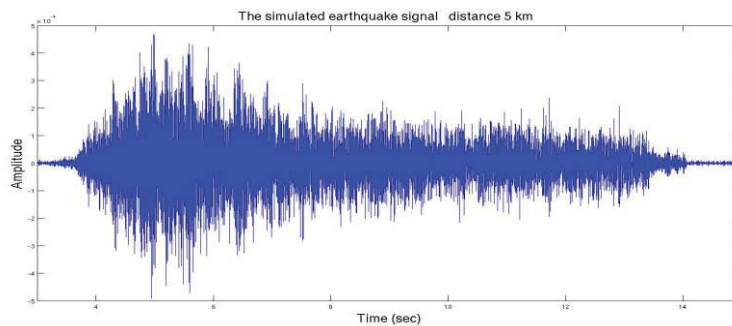


Σχήμα 2.2. Το φάσμα του σήματος που εμφανίζεται στο σχήμα 2.1.

Στο σχήμα 2.2 παίρνουμε το μέτρο του μετασχηματισμού Fourier του σήματος δηλαδή το φάσμα συχνοτήτων που το αποτελούν. Διαπιστώνουμε τη διέγερση σχετικά υψηλών συχνοτήτων με τις ισχυρότερες από πλευράς ενέργειας να βρίσκονται στην περιοχή 60-120 Hz. Χρησιμοποιώντας την θεωρία που αναπτύξαμε προηγουμένως και αφού έχουμε διακριτοποιήσει το πεδίο συχνοτήτων σε 351 συχνότητες (ανά 1 Hz) με εύρος από 30 Hz έως 380 Hz, υπολογίζουμε τη συνάρτηση μεταφοράς του κυματοδηγού σε όλες τις συχνότητες για απόσταση από την πηγή 5 km και για ένα δέκτη σε βάθος 10 m. Η συνάρτηση μεταφοράς είναι μιγαδική, το μέτρο του φάσματος που θα καταγραφεί στο δέκτη εμφανίζεται στο σχήμα 2.3 και ο αντίστροφος μετασχηματισμός Fourier δίνει πραγματικό μέρος σύμφωνα με το σχήμα 2.4 που αντιπροσωπεύει το σήμα από το σεισμό όπως αυτό θα καταγραφεί στο δέκτη.



Σχήμα 2.3. Το φάσμα του σήματος που εμφανίζεται στο σχήμα 2.1. μετά από 5 km διάδοσης στο κυματοδηγό.



Σχήμα 2.4. Το σήμα από το σεισμό μετά από 5 km διάδοσης στο κυματοδηγό.

### 3. Σχολιασμός

Η εργασία μπορεί να χαρακτηριστεί ως μία άσκηση υπολογισμού της λήψης ενός ακουστικού σήματος που διαδίδεται στο θαλάσσιο περιβάλλον όταν είναι γνωστά τα χαρακτηριστικά της εκπομπής του από την πηγή. Με την έννοια αυτή, η αντιμετώπιση του προβλήματος που παρουσιάστηκε δεν περιορίζεται στα σήματα που προέρχονται από σεισμό, αλλά μπορεί να χρησιμοποιηθεί για κάθε είδους ακουστικό σήμα. Η ιδιαιτερότητα της εργασίας ωστόσο είναι ότι αναφερόμενοι σε σήμα από σεισμό, θα πρέπει να περιλάβουμε στη μελέτη μας τη διάδοση διατμητικών κυμάτων στον πυθμένα της θάλασσας. Επίσης θα πρέπει να υπολογιστεί η διάδοση ενός σχετικά ευρυζώνιου ακουστικού σήματος, με προεξάρχουσες τις χαμηλές συχνότητες. Με βάση τα παραπάνω, χρησιμοποιείται ένα πρόγραμμα υπολογισμού του ακουστικού πεδίου σε ρηχό θαλάσσιο κυματοδηγό που βασίζεται σε ανάπτυγμα της λύσης της ακουστικής εξίσωσης σε σειρά ιδιοσυναρτήσεων. Οι αντίστοιχες ιδιοτιμές είναι μιγαδικές και υπολογίζονται με τη μέθοδο του μιγαδικού ενεργού βάθους. Στο παράδειγμα που παρουσιάζεται στην εργασία είναι φανερή η μείωση της έντασης του ακουστικού σεισμικού σήματος καθώς αυτό διαδίδεται σε μεγάλες αποστάσεις, η διατήρηση της υψηλότερης ενέργειας του σήματος στις χαμηλές συχνότητες αλλά και η συμμετοχή υψηλότερων συχνοτήτων στη διαμόρφωσή του. Τέλος παρατηρείται επιμήκυνση της διάρκειας

του, κάτι που φυσικά αναμενόταν με βάση τη γνωστή θεωρία της διασποράς της ακουστικής ενέργειας στους κυματοδηγούς. Η παρατήρηση αυτή μας δίνει τη δυνατότητα να πειραματισθούμε σε εφαρμογή μεθόδων χαρακτηρισμού του σήματος σε μεγάλο εύρος συχνοτήτων, με πιθανό εργαλείο για την εφαρμογή των απαραίτητων μετασχηματισμών, τα κυματίδια (wavelets). Αναμφίβολα απαιτείται σημαντική περεταίρω μελέτη και η συστηματική προσομοίωση της διάδοσης ήχων από σεισμούς διαφορετικής προέλευσης και χροιάς προκειμένου να καταστεί δυνατός ο χαρακτηρισμός τους ανάλογα με το είδος της σεισμικής διέγερσης που είναι και ο απώτερος στόχος μας. Σε ό,τι αφορά τον υπολογισμό της απόκρισης του κυματοδηγού στη σεισμική διέγερση, επόμενο βήμα είναι η ανάπτυξη μοντέλου υπολογισμού του ακουστικού πεδίου σε περιβάλλον μεταβαλλόμενων με το βάθος παραμέτρων και στο απώτερο μέλλον, σε περιβάλλον με γενικευμένες μεταβολές παραμέτρων τουλάχιστον σε δύο διαστάσεις καθώς και πάνω από πολυστρωματοποιημένους ελαστικούς πυθμένες.

#### 4. Ευχαριστίες

Η παρούσα εργασία πραγματοποιήθηκε στο πλαίσιο του έργου ΠΕΦΥΚΑ της Δράσης ΚΡΗΠΗΣ της ΓΓΕΤ. Το έργο συγχρηματοδοτείται από την Ελλάδα και το Ευρωπαϊκό Ταμείο Περιφερειακής Ανάπτυξης της Ευρωπαϊκής Ένωσης στο Πλαίσιο του ΕΣΠΑ και του Ε.Π. Ανταγωνιστικότητα και Επιχειρηματικότητα.

#### 5. Αναφορές

- [1] Papadakis J.S., Taroudakis M.I., Papadakis P.J., Mayfield B., “A new method for a realistic treatment of the sea bottom in the parabolic approximation”, *J.Acoust.Soc.Am.* **92**, 2030-2038 (1992).
- [2] Taroudakis M.I. and Makrakis G. “A study of the eigenvalues of the “Depth Problem” in shallow water acoustic propagation modelling over an elastic halfspace” in *Proceedings of the 10th International Congress on Sound and Vibration*, pp. 2547-2553 (2003).
- [3] Zhang, Z.Y and Tindle C.Y. “Complex effective depth of the ocean bottom” *J.Acoust.Soc.Am.* **93**, 205-213 (1992).
- [4] Κρόκος Γ. «Υπολογισμός του ακουστικού πεδίου πάνω από ελαστικό πυθμένα». Πτυχιακή Εργασία, Πανεπιστήμιο Κρήτης, Τμήμα Μαθηματικών (2003).