

## **Παραμετρική ανάλυση του συντελεστή ανάκλασης από στρωματοποιημένο πυθμένα δύο στρωμάτων με επικλινή διεπιφάνεια <sup>1</sup>**

Π. Παπαδάκης<sup>1,a</sup>, Γ. Πυτεράκης<sup>1,b</sup> & Μ. Καλογεράκης<sup>2,1,c</sup>

<sup>1</sup> Ινστιτούτο Υπολογιστικών Μαθηματικών ΙΤΕ, Ν. Πλαστήρα 100, Βασιλικά Βουτών, 70 013 Ηράκλειο

<sup>2</sup> Τμήμα Ηλεκτρολόγων Μηχανικών Τ.Ε. - ΤΕΙ Κρήτης  
Εσταυρωμένος 71 004 Ηράκλειο

<sup>a</sup> [panos@iacm.forth.gr](mailto:panos@iacm.forth.gr), <sup>b</sup> [piperak@iacm.forth.gr](mailto:piperak@iacm.forth.gr), <sup>c</sup> [mixalis@iacm.forth.gr](mailto:mixalis@iacm.forth.gr)

### **ΠΕΡΙΛΗΨΗ**

*Ο συντελεστής ανάκλασης μονοχρωματικού επιπέδου κύματος από στρωματοποιημένο πυθμένα ο οποίος αποτελείται από δύο στρώματα που η διεπιφάνεια μεταξύ τους δεν είναι παράλληλη με την διεπιφάνεια του πρώτου στρώματος με το νερό, έχει μελετηθεί από τους συγγραφείς και έχει αναπτυχθεί η μαθηματική του διατύπωση. Στην εργασία αυτή μελετάται η εξάρτηση της τιμής του συντελεστή ανάκλασης από τις παραμέτρους του προβλήματος. Οι παράμετροι αυτοί είναι οι φυσικές και ακουστικές παράμετροι των υλικών που αποτελούν τον πυθμένα καθώς και οι γεωμετρικές παράμετροι του μοντέλου.*

### ***Parametric Analysis of the Reflection Coefficient from a Two Layered Sea Floor with Oblique Interface.***

#### **ABSTRACT**

*The reflection coefficient of a plane wave from a two layered sea floor with non-parallel interface between the layers has been studied by the authors and its mathematical foundation has been developed. In this work the dependence of the acoustical, physical and geometrical parameters which characterize the model on its value are examined. This analysis is necessary in the design and utilization of inversion techniques for the estimation of these parameters in the case where the reflection coefficient is known from measurements in the laboratory or at the field.*

---

<sup>1</sup> Η παρούσα εργασία πραγματοποιήθηκε στο πλαίσιο του έργου ΠΕΦΥΚΑ της Δράσης ΚΡΗΠΣ της ΓΓΕΤ. Το έργο συγχρηματοδοτείται από την Ελλάδα και το Ευρωπαϊκό Ταμείο Περιφερειακής Ανάπτυξης της Ευρωπαϊκής Ένωσης στο Πλαίσιο του ΕΣΠΑ και του Ε.Π. Ανταγωνιστικότητα και Επιχειρηματικότητα.

## Εισαγωγή

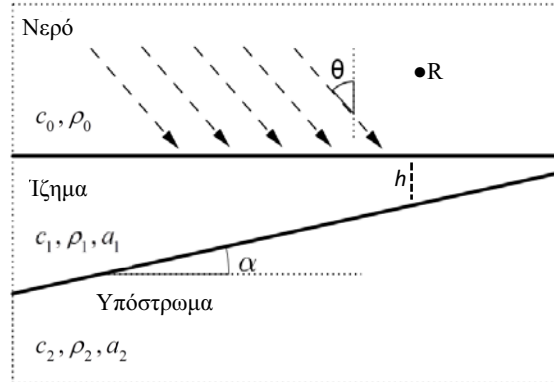
Σε πρόσφατη εργασία τους [1] οι συγγραφείς μελέτησαν τον συντελεστή ανάκλασης μονοχρωματικού επιπέδου κύματος από στρωματοποιημένο πυθμένα ο οποίος αποτελείται από δύο στρώματα που η διεπιφάνεια μεταξύ τους δεν είναι παράλληλη με την διεπιφάνεια του πρώτου στρώματος με το νερό (σχήμα 1). Συγκεκριμένα αναπτύχθηκε η μαθηματική διατύπωση του προβλήματος, στις περιπτώσεις που τα υλικά του πυθμένα μπορούν να θεωρηθούν ρευστά ή στερεά. Ο συντελεστής ανάκλασης εξαρτάται - εκτός από την συχνότητα και την γωνία πρόσπτωσης του επίπεδου κύματος- από τις γεωμετρικές, φυσικές και ακουστικές παραμέτρους του μοντέλου. Οι γεωμετρικές παράμετροι είναι η γωνία που σχηματίζει η επικλινής επιφάνεια ως προς την οριζόντια, και το σημείο μέτρησης του συντελεστή ανάκλασης. Αν και παραδοσιακά το σημείο αυτό ήταν πάνω στην διεπιφάνεια νερού - πρώτου στρώματος, στη θεώρηση του προβλήματος αυτού έχει γίνει η παραδοχή ότι το σημείο μέτρησης μπορεί να είναι και μέσα στη στήλη του νερού. Όταν τα στρώματα του πυθμένα θεωρηθούν ρευστά, οι παράμετροι που τα χαρακτηρίζουν είναι η πυκνότητα, η ταχύτητα των ηχητικών κυμάτων και ο συντελεστής απορρόφησης κάθε στρώματος. Στην περίπτωση αυτή υπάρχουν συνολικά 8 παράμετροι. Αν τώρα θεωρήσουμε το ένα ή και τα δύο στρώματα στερεά τότε υπάρχουν μέχρι και 4 επιπλέον παράμετροι, η ταχύτητα των ελαστικών κυμάτων και ο συντελεστής απορρόφησης των ελαστικών κυμάτων.

Η εργασία αυτή επικεντρώνεται στην μελέτη της εξάρτησης της τιμής του συντελεστή ανάκλασης από τις παραμέτρους στην περίπτωση ρευστών υλικών. Το εύρος των τιμών των παραμέτρων ανταποκρίνεται στις τιμές πραγματικών υλικών (όπως άμμος, πηλός, άργιλος κλπ) που αποτελούν τον πυθμένα.

Στην ενότητα 1 παρουσιάζεται πολύ σύντομα η μαθηματική διατύπωση του προβλήματος ενώ στην ενότητα 2 παρουσιάζεται η παραμετρική ανάλυση για καθεμιά από τις 8 παραμέτρους και σχολιάζονται τα αποτελέσματα. Επίσης παρουσιάζονται γραφικά η εξάρτηση του συντελεστή ανάκλασης όταν δύο από τις παραμέτρους (ταχύτητα του ήχου στο ιζήμα και πάχος του ιζήματος κάτω από τον δέκτη) μεταβάλλονται ταυτόχρονα.

### 1. Το θεωρητικό μοντέλο

Το μοντέλο του προβλήματος δίνεται στο Σχήμα 1.1. Ένα επίπεδο κύμα συχνότητας  $f$ , με γωνία πρόσπτωσης  $\theta$  διαδίδεται μέσα στο νερό και ανακλάται από τον πυθμένα ο οποίος αποτελείται από δύο στρώματα: Ένα ιζήμα και ένα ημίαιμο υπόστρωμα που η διεπιφάνεια τους δεν είναι παράλληλη με την διεπιφάνεια νερού - ιζήματος. Στην ανάλυση που ακολουθεί τα υλικά του πυθμένα θεωρούνται ρευστά. Ο δέκτης θεωρείται τοποθετημένος είτε μέσα στη στήλη του νερού είτε πάνω στην διεπιφάνεια νερού - ιζήματος στο σημείο  $R$ . Η επικλινής διεπιφάνεια μπορεί να έχει είτε θετική κλίση (όπως στο Σχήμα 1.1) είτε αρνητική ανάλογα αν η γωνία  $\alpha$  είναι θετική ή αρνητική αντίστοιχα.



Σχήμα 1.1. Το περιβάλλον του προβλήματος

Ο συντελεστής ανάκλασης δίνεται από τον τύπο:

$$RC = \sum_{N=0}^{NMAX} R_n \exp(i\omega D_N) \tag{1.1}$$

όπου  $NMAX$  είναι ο μέγιστος αριθμός κυμάτων που φθάνουν στον δέκτη και  $D_N$  είναι η διαφορά φάσης κάθε κύματος. Οι συντελεστές  $R_n$  εξαρτώνται από τις παραμέτρους των υλικών και την γωνία πρόσπτωσης του κύματος στο σημείο υπολογισμού τους [2].

Γενικά ο συντελεστής ανάκλασης  $RC$  εξαρτάται από:

1. την συχνότητα του επιπέδου κύματος  $f$  και την γωνία πρόσπτωσης  $\theta$
2. την θέση του δέκτη  $(x_R, y_R)$ , την ταχύτητα του ήχου στο νερό  $c_0$ , την πυκνότητα του νερού  $\rho_0$  και
3. τις ταχύτητες του ήχου στο ίζημα και στο υπόστρωμα  $(c_1, c_2)$  τις αντίστοιχες πυκνότητες  $(\rho_1, \rho_2)$ , τους συντελεστές απορρόφησης στα δύο υλικά  $(a_1, a_2)$ , το πάχος του ιζήματος κάτω από τον δέκτη  $h$  και την γωνία  $\alpha$  της διεπιφάνειας των δύο υλικών.

Σε ένα τυπικό πρόβλημα αντιστροφής, οι παράμετροι της λίστας 1 και 2 είναι συνήθως γνωστές ενώ εκείνες της λίστας 3 όχι. Συμβολίζουμε με  $\hat{u}$  το διάνυσμα των παραμέτρων της λίστας 2 και με  $\hat{x}$  το διάνυσμα αυτών της λίστας 3.

$$\hat{u} = (c_0, \rho_0, x_R, y_R), \quad \hat{x} = (c_1, c_2, \rho_1, \rho_2, a_1, a_2, h, \alpha)$$

Αρα ο συντελεστής ανάκλασης είναι μια συνάρτηση της μορφής:

$$RC = RC(\theta, f, \hat{u}, \hat{x}) \tag{1.2}$$

και συνήθως είναι γνωστός για διάφορες τιμές της γωνίας  $\theta$ . Το αντίστροφο λοιπόν πρόβλημα είναι ή εύρεση τιμών του  $\hat{x}$  έτσι ώστε οι τιμές του  $RC$  όπως

υπολογίζονται από την (1.1) να είναι κοντά στις γνωστές τιμές του συντελεστή ανάκλασης για όλες τις τιμές της  $\theta$  όπου έχει μετρηθεί.

## 2. Παραμετρική Ανάλυση

Στην ενότητα αυτή μελετάται η εξάρτηση της τιμής του συντελεστή ανάκλασης από τις τιμές των παραμέτρων της λίστας 3. Η μέθοδος που εφαρμόζεται είναι αντίστοιχη της μεθόδου στην αναφορά [3]. Στο παράδειγμα που ακολουθεί, υπολογίζεται ο συντελεστή ανάκλασης για κάποιες τιμές των παραμέτρων που φαίνονται στον Πίνακα 2.1. Οι μονάδες για τις ταχύτητες είναι m/s, για τις πυκνότητες  $\text{gr/cm}^3$ , για τους συντελεστές απορρόφησης dB/λ, για το πάχος του ιζήματος μέτρα, για την συχνότητα Hz και για την γωνία μοίρες.

Πίνακας 2.1: Οι τιμές των παραμέτρων

Νερό		Ίζημα		Υπόστρωμα			
$c_0$	1000	$c_1$	1485	$c_2$	1800	$h$	1
$\rho_0$	1.0	$\rho_1$	1.28	$\rho_2$	2.0	$a$	2
		$a_1$	0.1	$a_2$	0.9	$f$	5000 Hz
						$\theta$	Από 0 έως 90 ανά μοίρα

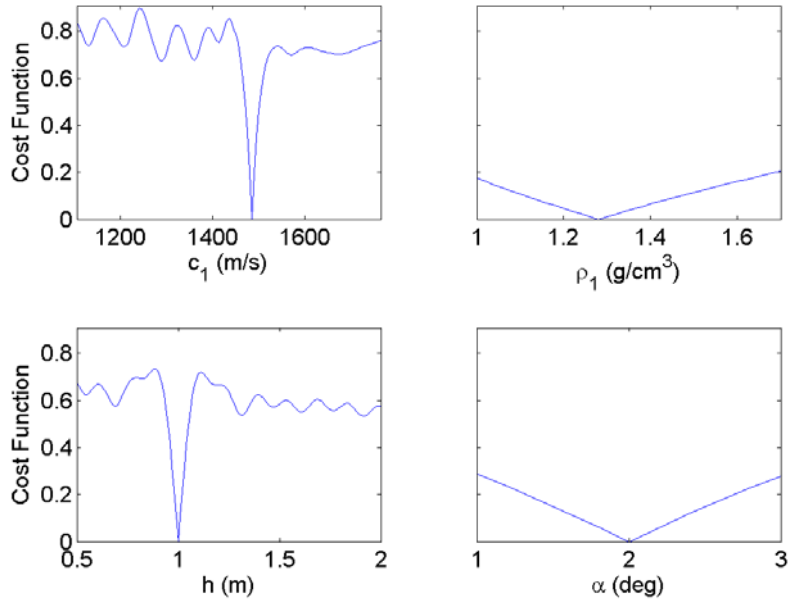
Αλλάζουμε την τιμή μιας εκ των παραμέτρων γύρω από την ακριβή της τιμή κρατώντας όλες τις άλλες παραμέτρους στην ακριβή τους τιμή και υπολογίζουμε τον συντελεστή ανάκλασης. Συγκρίνουμε κατόπιν με τον συντελεστή ανάκλασης για τις ακριβείς τιμές του Πίνακα 2.1 χρησιμοποιώντας την συνάρτηση κόστους:

$$C(\mathcal{X}) = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{k=1}^N |R(\theta_k, f, \bar{u}, \mathcal{X}) - R(\theta_k, f, \bar{u}, \bar{x})|} \quad (2.1)$$

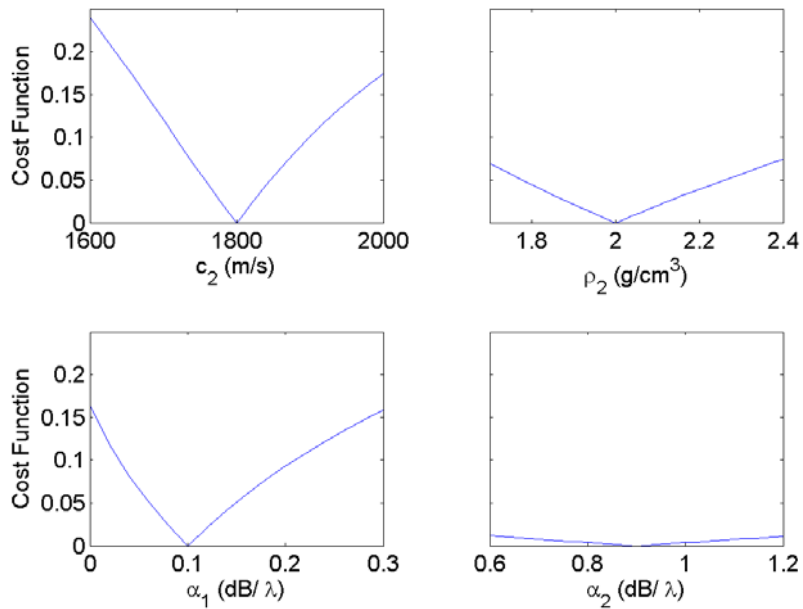
όπου  $N$  είναι το πλήθος των γωνιών,  $\bar{u}, \bar{x}$  οι παράμετροι του πίνακα 1, και  $\mathcal{X}$  οι παράμετροι στις οποίες μία έχει διαφορετική τιμή από εκείνη του Πίνακα 2.1. Οι τιμές της συνάρτησης κόστους για όλες τις παραμέτρους φαίνονται στα Σχήματα 2.2 και 2.3. Στο Σχήμα 2.2 παρουσιάζονται οι παράμετροι που είναι πιο σημαντικές (επηρεάζουν πιο πολύ) για τον συντελεστή ανάκλασης ενώ στο Σχήμα 2.3 αυτές που είναι λιγότερο σημαντικές.

Παρατηρούμε ότι, με εξαίρεση την ταχύτητα του ήχου στο ίζημα και το πάχος του ιζήματος  $h$ , όλες οι άλλες παράμετροι έχουν μόνο ένα ελάχιστο στο εύρος των τιμών τους. Αυτό σημαίνει ότι η εύρεση της ακριβούς τιμής τους μπορεί να επιτευχθεί ακόμα και αν η αρχική τιμή τους είναι μακριά από την ακριβή. Αυτό δεν ισχύει για την ταχύτητα του ήχου και για το  $h$  για τα οποία η συνάρτηση κόστους έχει πολλά ελάχιστα πράγμα που σημαίνει ότι πρέπει να ξεκινήσει κάποιος αρκετά κοντά στην ακριβή τιμή για να υπάρξει σύγκλιση στο σωστό ελάχιστο. Επίσης παρατηρούμε ότι οι παράμετροι του σχήματος 2.3 επηρεάζουν λιγότερο την τιμή του συντελεστή ανάκλασης από εκείνες του σχήματος 2.2, πράγμα που υποδηλώνει

ότι μια μέθοδος αντιστροφής δεν θα προσεγγίζει με μεγάλη ακρίβεια αυτές τις παραμέτρους.

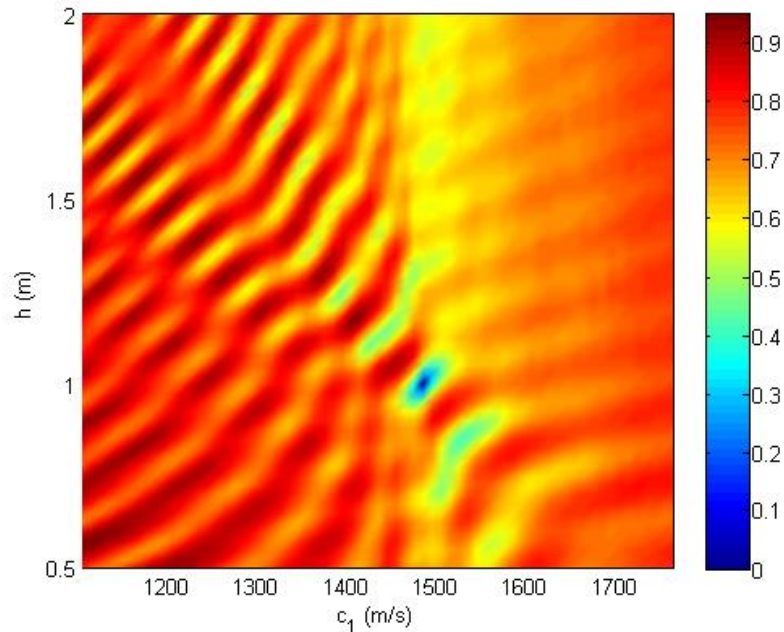


Σχήμα 2.2. Οι παράμετροι που έχουν μεγαλύτερη επιρροή στην τιμή του συντελεστή ανάκλασης



Σχήμα 2.3. Οι παράμετροι που έχουν μικρότερη επιρροή στην τιμή του συντελεστή ανάκλασης.

Στο σχήμα 2.4 φαίνεται η τιμή της συνάρτησης κόστους όταν η ταχύτητα του ήχου στο ιζήμα και το πάχος του ιζήματος  $h$  κάτω από τον δέκτη μεταβάλλονται ταυτόχρονα. Είναι εμφανή τα πολλαπλά ελάχιστα που δημιουργούνται και που υποδηλώνουν την δυσκολία ανάκτησης των παραμέτρων αυτών με ακρίβεια.



Σχήμα 2.4. Η τιμή της συνάρτησης κόστους όταν η ταχύτητα του ήχου στο ιζήμα και το πάχος του ιζήματος κάτω από τον δέκτη αλλάζουν ταυτόχρονα.

### 3. Αναφορές

- [1] P.I. Papadakis, G.S. Piperakis and M.A. Kalogerakis, *Reflection of a plane wave from a two-layered seafloor with non-parallel interface between the layers*, Η εργασία έχει υποβληθεί στο περιοδικό J. Acoust. Soc. Am. (2014)
- [2] L. Brekhovskikh, Y. Lysanov, *Fundamentals of oceans acoustics*, Springer, New York, (2003)
- [3] P. J. Papadakis, L. Bjørnø, J. P. Sessarego, M. I. Taroudakis, *A non-linear inversion method for recovering the properties of a multi-layered elastic bottom: A laboratory experiment*, Acta Acustica united with Acoustica, **Vol 89** 614-624 (2003)